

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

Кафедра информатики и вычислительной математики

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«29» апреля 2026 г., протокол № 7

Рабочая программа дисциплины

Методы оптимизации проектных решений

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

09.03.01 Информатика и вычислительная техника

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки

***Программное обеспечение средств
вычислительной техники и
автоматизированных систем***

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная

Год начала подготовки - 2026

(по учебному плану)

Карачаевск, 2026

Составитель: ст. преп. кафедры Урусова А. С.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 929 от 19.09.2017г., основной профессиональной образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, направленность (профиль): «Программное обеспечение средств вычислительной техники и автоматизированных систем», локальными актами КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры информатики и вычислительной математики на 2026-2027 учебный год, протокол № 8 от 20.04.2026 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины (модуля)	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	6
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах) ...	6
6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы	9
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)	11
7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций	11
7.2. Перевод бально-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания	12
7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины	12
7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций:	28
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)	30
8.1. Основная литература:	30
8.2. Дополнительная литература:	30
9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)	30
9.1. Общесистемные требования	30
9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины	31
9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения	32
9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы ...	32
10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья	32
11. Лист регистрации изменений	33

1. Наименование дисциплины (модуля)

Методы оптимизации проектных решений

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности. Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 09.03.01 "Информатика и вычислительная техника" подготовки бакалавра по программе "Информатика и вычислительная техника", изучающих дисциплину «Методы оптимизации проектных решений».

Целями освоения дисциплины «Методы оптимизации проектных решений» являются ознакомление студентов с формулировками задач параметрической оптимизации, возникающими в процессе проектирования, и методами их решения.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

- изучить основные формулировки задач оптимизации, критерии существования их решений, методы поиска решений;
- на практических занятиях освоить применение этих методов для решения конкретных задач оптимизации;
- закрепить полученные знания в процессе выполнения самостоятельной работы.

Курс дает понятие о параметрической оптимизации как о дисциплине, изучающей формулировки и методы оптимизации, возникающие при проектировании сложных технических объектов, когда выбор альтернативного проектного решения требует учета большого объема разнородной информации. Изучаются технологии оптимального проектирования технических объектов в системах автоматизированного проектирования.

Цели и задачи дисциплины определены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, направленность (профиль): «Системы автоматизированного проектирования»

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.В.ДВ.06.01 «Методы оптимизации проектных решений» относится к блоку – «Блок 1. Дисциплины (модули)», к вариативной части, дисциплин по выбору, формируемыми участниками образовательных отношений.

Дисциплина (модуль) изучается на 4 курсе в 8 семестре.

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП	
Индекс	Б1.В.ДВ.06.01
Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Для освоения дисциплины «Методы оптимизации проектных решений» студенты используют знания, умения, способы деятельности и установки, сформированные в ходе изучения дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Модели и методы анализа проектных решений», «Исследование операций»	
Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
Освоение дисциплины «Методы оптимизации проектных решений» является необходимой основой для выполнения выпускной квалификационной работы.	

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Методы оптимизации проектных решений» направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ОПВО	Индикаторы достижения сформированности компетенций
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК.Б-2.1 Знает способы решения поставленных задач и ожидаемые результаты; круг задач в рамках поставленной цели, определяет связи между ними УК.Б-2.2 Умеет планировать реализацию задач в зоне своей ответственности с учетом имеющихся ресурсов и ограничений, действующих правовых норм УК.Б-2.3 Владеет навыками представления результатов проекта, предлагает возможности их использования и/или совершенствования
ПК-2	Способен проводить обследование организаций, выявлять информационные потребности пользователей, формировать требования к информационной системе	ПК-2.1. Знает исходную информацию о запросах и потребностях заказчика применительно к информационной системе, документирует собранные данные в соответствии с регламентами организации информации ПК-2.2. Умеет документировать существующие бизнес-процессы организации заказчика, разрабатывает модели бизнес-процессов заказчика и адаптирует бизнес-процессы заказчика к возможностям информационной системы ПК-2.3. Владеет навыками демонстрации знаний по основам управления взаимоотношения с клиентами и заказчиками

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 5 ЗЕТ, 180 академических часов.

Объём дисциплины	Всего часов	Всего часов
	для очной формы	для заочной формы

	обучения	обучения
Общая трудоемкость дисциплины	180	-
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* (всего)		-
Аудиторная работа (всего):	72	-
в том числе:		
лекции	24	-
семинары, практические занятия	-	-
практикумы	-	-
лабораторные работы	48	-
Внеаудиторная работа:		
консультация перед зачетом	-	-
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), творческую работу (эссе), рефераты, контрольные работы и др.		
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	108	-
Контроль самостоятельной работы	-	-
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)	зачёт	-

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

Для очной формы обучения

№ п/п	Ку рс/ се ме ст р	Раздел, тема и содержание дисциплины	Общая трудоём кость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоёмкость (в часах)			
			всего	Аудиторные уч. занятия			Сам. работа
				Лек	Лаб.	Прак.	
Раздел 1. Оптимизация в системах автоматизированного проектирования			14	2	4	-	8
1.	4/8	Тема: Элементы математического анализа. Содержание: Предмет и история развития методов оптимизации (МО). Принципы и примеры	12	2	2	-	8

		моделирования экономических и технических проблем в форме задач оптимизации. Постановки экстремальных задач. Градиент, гессиан, локальные приближения					
2.	4/8	Тема: Классификация оптимизационных задач. Примеры оптимизационных задач в системах автоматизированного проектирования.	2	-	2	-	-
Раздел 2. Методы одномерной безусловной оптимизации, используемые для обоснования принимаемых проектных решений в САПР			46	6	10	-	30
3.	4/8	Тема: Постановка задачи безусловной оптимизации. <i>Содержание:</i> Классический метод определения оптимальных значений параметров. Классификация приближенных методов оптимизации.	10	2	-	-	8
4.	4/8	Тема: Методы последовательного поиска <i>Содержание:</i> Метод равномерного поиска, метод дихотомии, метод Фибоначчи, метод золотого сечения.	22	2	8	-	12
5.	4/8	Тема: Методы, использующие аппроксимацию функции <i>Содержание:</i> Методы, использующие аппроксимацию функции, метод квадратичной интерполяции.	14	2	2	-	10
Раздел 3. Методы многомерной безусловной оптимизации, используемые для обоснования принимаемых проектных решений в САПР			50	4	14	-	32
6.	4/8	Тема: Постановка задачи безусловной многомерной оптимизации. Классификация методов решения.	14	2	4	-	8
7.	4/8	Тема: Методы первого порядка, градиентные методы. <i>Содержание:</i> Классический градиентный	24	2	6	-	16

		метод. Метод градиентного наискорейшего спуска. Метод покоординатного спуска. Метод Гаусса-Зейделя. Метод сопряжённых градиентов (Флетчера-Ривса).					
8.	4/8	Тема: Методы второго порядка. <i>Содержание:</i> Метод Ньютона.	12	-	4	-	8
Раздел 4. Методы условной оптимизации, используемые для обоснования принимаемых проектных решений в САПР			24	4	8	-	12
9.	4/8	Тема: Постановка задачи условной оптимизации. <i>Содержание:</i> Классификация задач условной оптимизации. Методы решения задач нелинейного программирования при ограничениях типа равенств: метод исключений, метод штрафных функций	12	2	4	-	6
10.	4/8	Тема: Подходы к решению задач условной оптимизации. <i>Содержание:</i> Метод множителей Лагранжа. Условия Куна-Таккера.	12	2	4	-	6
Раздел 5. Задача линейного программирования в САПР			24	4	8	-	12
11.	4/8	Тема: Линейное программирование. <i>Содержание:</i> Постановка задачи, графический метод решения, симплекс-метод Данцига. Двойственность в задачах линейного программирования. Транспортная задача.	12	2	4	-	6
12.	4/8	Тема: Целочисленное программирование. <i>Содержание:</i> Постановка задачи, Метод Гомори. Графический метод решения задач целочисленного программирования.	12	2	4	-	6
Раздел 5. Многокритериальная оптимизация в САПР			22	4	4	-	14

13.	4/8	Тема: Понятие многокритериальной оптимизации. Содержание: Методы свертки критериев. Критерии оптимальности: частные, взвешенный аддитивный, мультипликативный, максиминный, вероятностный.	8	2	-	-	6
14.	4/8	Тема: Оптимальность по Парето Содержание: Метод идеальной точки	14	2	4	-	8
15.	Итого		180	24	48	-	108

6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы

Лекционные занятия. Лекция является основной формой учебной работы в вузе, она является наиболее важным средством теоретической подготовки обучающихся. На лекциях рекомендуется деятельность обучающегося в форме активного слушания, т.е. предполагается возможность задавать вопросы на уточнение понимания темы и рекомендуется конспектирование основных положений лекции. Основная дидактическая цель лекции - обеспечение ориентировочной основы для дальнейшего усвоения учебного материала. Лекторами активно используются: лекция-диалог, лекция - визуализация, лекция - презентация. Лекция - беседа, или «диалог с аудиторией», представляет собой непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Ее преимущество состоит в том, что она позволяет привлекать внимание слушателей к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей аудитории. Участие обучающихся в лекции – беседе обеспечивается вопросами к аудитории, которые могут быть как элементарными, так и проблемными.

Главной задачей каждой лекции является раскрытие сущности темы и анализ ее основных положений. Рекомендуется на первой лекции довести до внимания студентов структуру дисциплины и его разделы, а в дальнейшем указывать начало каждого раздела (модуля), суть и его задачи, а, закончив изложение, подводить итог по этому разделу, чтобы связать его со следующим. Содержание лекций определяется настоящей рабочей программой дисциплины. Для эффективного проведения лекционного занятия рекомендуется соблюдать последовательность ее основных этапов:

1. формулировку темы лекции;
2. указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
3. изложение вводной части;
4. изложение основной части лекции;
5. краткие выводы по каждому из вопросов;
6. заключение;
7. рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Лабораторные работы. Дисциплины, по которым планируются лабораторные работы, определяются учебными планами. Лабораторные работы относятся к основным видам учебных занятий и составляют важную часть теоретической и профессиональной

практической подготовки. Выполнение студентом лабораторных работ и практических занятий направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин математического и общего естественно-научного, общепрофессионального и профессионального циклов;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива. Методические рекомендации разработаны с целью единого подхода к организации и проведению лабораторных и практических занятий.

Лабораторная работа — это форма организации учебного процесса, когда студенты по заданию и под руководством преподавателя самостоятельно проводят опыты, измерения, элементарные исследования на основе специально разработанных заданий. Лабораторная работа как вид учебного занятия должна проводиться в специально оборудованных учебных аудиториях. Необходимыми структурными элементами лабораторной работы, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также организация обсуждения итогов выполнения лабораторной работы. Дидактические цели лабораторных занятий:

- формирование умений решать практические задачи путем постановки опыта;
- экспериментальное подтверждение изученных теоретических положений, экспериментальная проверка формул, расчетов;
- наблюдение и изучения явлений и процессов, поиск закономерностей;
- изучение устройства и работы приборов, аппаратов, другого оборудования, их испытание;
- экспериментальная проверка расчетов, формул.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

Образовательные технологии. При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения. Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач, публичная презентация проекта и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций

Компетенции	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100% баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85% баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70% баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (до 55% баллов)
УК-2: Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК.Б-2.1 В полном объеме знает способы решения поставленных задач и ожидаемые результаты; круг задач в рамках поставленной цели, определяет связи между ними	УК.Б-2.1 Знает способы решения поставленных задач и ожидаемые результаты; круг задач в рамках поставленной цели, определяет связи между ними	УК.Б-2.1 В целом знает способы решения поставленных задач и ожидаемые результаты; круг задач в рамках поставленной цели, определяет связи между ними	УК.Б-2.1 Знает фрагментарно способы решения поставленных задач и ожидаемые результаты; круг задач в рамках поставленной цели, определяет связи между ними
	УК.Б-2.2 В полном объеме умеет планировать реализацию задач в зоне своей ответственности с учетом имеющихся ресурсов и ограничений, действующих правовых норм	УК.Б-2.2 Умеет планировать реализацию задач в зоне своей ответственности с учетом имеющихся ресурсов и ограничений, действующих правовых норм	УК.Б-2.2 В целом умеет планировать реализацию задач в зоне своей ответственности с учетом имеющихся ресурсов и ограничений, действующих правовых норм	УК.Б-2.2 Не умеет планировать реализацию задач в зоне своей ответственности с учетом имеющихся ресурсов и ограничений, действующих правовых норм
	УК.Б-2.3 В полном объеме владеет навыками представления результатов проекта, предлагает возможности их использования и/или совершенствования	УК.Б-2.3 Владеет навыками представления результатов проекта, предлагает возможности их использования и/или совершенствования	УК.Б-2.3 В целом владеет навыками представления результатов проекта, предлагает возможности их использования и/или совершенствования	УК.Б-2.3 Не владеет навыками представления результатов проекта, предлагает возможности их использования и/или совершенствования

ПК-2: Способен проводить обследование организаций, выявлять информационные потребности пользователей, формировать требования к информационной системе	ПК-2.1. В полном объеме знает исходную информацию о запросах и потребностях заказчика применительно к информационной системе, документирует собранные данные в соответствии с регламентами организации информации	ПК-2.1. Знает исходную информацию о запросах и потребностях заказчика применительно к информационной системе, документирует собранные данные в соответствии с регламентами организации информации	ПК-2.1. В целом знает исходную информацию о запросах и потребностях заказчика применительно к информационной системе, документирует собранные данные в соответствии с регламентами организации информации	ПК-2.1. Знает фрагментарно исходную информацию о запросах и потребностях заказчика применительно к информационной системе, документирует собранные данные в соответствии с регламентами организации информации
	ПК-2.2. В полном объеме умеет документировать существующие бизнес-процессы организации заказчика, разрабатывает модели бизнес-процессов заказчика и адаптирует бизнес-процессы заказчика к возможностям информационной системы	ПК-2.2. Умеет документировать существующие бизнес-процессы организации заказчика, разрабатывает модели бизнес-процессов заказчика и адаптирует бизнес-процессы заказчика к возможностям информационной системы	ПК-2.2. В целом умеет документировать существующие бизнес-процессы организации заказчика, разрабатывает модели бизнес-процессов заказчика и адаптирует бизнес-процессы заказчика к возможностям информационной системы	ПК-2.2. Не умеет документировать существующие бизнес-процессы организации заказчика, разрабатывает модели бизнес-процессов заказчика и адаптирует бизнес-процессы заказчика к возможностям информационной системы
	ПК-2.3. В полном объеме владеет навыками демонстрации знаний по основам управления взаимоотношения с клиентами и заказчиками	ПК-2.3. Владеет навыками демонстрации знаний по основам управления взаимоотношения с клиентами и заказчиками	ПК-2.3. В целом владеет навыками демонстрации знаний по основам управления взаимоотношения с клиентами и заказчиками	ПК-2.3. Не владеет навыками демонстрации знаний по основам управления взаимоотношения с клиентами и заказчиками

7.2. Перевод бально-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания

Порядок функционирования внутренней системы оценки качества подготовки обучающихся и перевод бально-рейтинговых показателей обучающихся в отметки традиционной системы оценивания проводится в соответствии с положением КЧГУ «Положение о бально-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся», размещенным на сайте Университета по адресу: <https://kchgu.ru/inYE-lokalnye-akty/>

7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

7.3.1. Перечень вопросов для зачета/экзамена

Вопросы для зачета:

16. Понятия «оптимизация», «целевая функция»
17. Основные этапы оптимизации
18. Математическая постановка задачи оптимизации в виде целевой функции и ограничений. Классификация оптимизационных задач
19. Постановка задачи безусловной оптимизации
20. Классический метод определения оптимальных значений параметров
21. Классификация приближенных методов оптимизации
22. Методы последовательного поиска: равномерного поиска, дихотомии, Фибоначчи, золотого сечения
23. Методы, использующие аппроксимацию функции, метод квадратичной интерполяции
24. Постановка задачи безусловной многомерной оптимизации
25. Классификация методов решения
26. Методы нулевого порядка
27. Метод дихотомии.
28. Метод золотого сечения.
29. Метод равномерного поиска
30. Метод Фибоначчи
31. Методы первого порядка
32. Метод градиентного спуска
33. Метод градиентного наискорейшего спуска
34. Метод покоординатного спуска.
35. Метод Гаусса-Зейделя
36. Метод сопряжённых градиентов (Флетчера-Ривса).
37. Методы второго порядка
38. Метод Ньютона
39. Постановка задачи условной оптимизации
40. Классификация задач условной оптимизации
41. Метод множителей Лагранжа
42. Условия Куна-Таккера
43. Линейное программирование: постановка задачи, графический метод решения, симплекс-метод Данцига
44. Целочисленное программирование
45. Метод ветвей и границ
46. Методы штрафных функций
47. Понятие многокритериальной оптимизации
48. Методы свертки критериев. Критерии оптимальности: частные, взвешенный аддитивный, мультипликативный, максиминный, вероятностный
49. Оптимальность по Парето
50. Метод идеальной точки

Типовые индивидуальные задания

Задание №1

Тема: Постановка задачи линейного программирования, Приемы формализации условий задачи

В-1

Текстильный комбинат производит 2 вида ткани: вид А состоит из 80% шерсти и 20% синтетического волокна, вид В состоит из 20% шерсти и 80% синтетики.

Ткань производится партиями (большими рулонами, бабинами). Время изготовления каждого рулона – 2 часа времени технологического процесса. Технологический процесс может длиться сутки (24 часа). Ткацкий станок может переключаться с производства одного вида ткани на другой.

Для производства ткани вида А ткацкий станок использует 4 ед. шерстяной пряжи и 1 ед. синтетических волокон. Для производства ткани вида В – 1 ед. синтетического волокна и 4 ед. шерстяного волокна. В сутки станок расходует 36 ед. синтетического волокна и 24 ед. шерстяного волокна.

Стоимость 1 рулона ткани вида А – \$ 2000, ткани вида В -\$ 1000.

Сколько рулонов каждого вида ткани нужно выпускать в день, чтобы выручка была максимальной?

В-2

Необходимо распределить площадь пашни между двумя культурами по следующим данным:

культура	Урожайность (ц\га)	Затраты тракторо-смен на 1га	Цена (руб. за ц)	Затраты (человеко- дней на 1 га)
А	10	0,1	6	2
В	15	0,24	8	10

Кроме того, заданы ресурсы производства:

земли – не более 1800 га

затраты тракторосмен – не более 300

затраты труда человеко-дней - не более 8000

потребности в культуре А – 10 000 ц; В – 7 500 ц

Критерий оптимальности - максимальная прибыль от реализации.

В-3

Завод производит продукцию двух видов А и В, используя сырье, запас которого составляет 570 т. Согласно плану, выпуск продукции А должен составлять не менее 60% от общего объема выпуска. Расход сырья на изготовление 1 т продукции А и В составляет соответственно 10 и 70 т. стоимость 1 т продукции А и В соответственно 3 и 8 тыс. руб.

Определить план выпуска продукции А и В, при котором стоимость выпуска продукции будет максимальной.

вариант	Вид ресурса	Объем ресурса	Норма расхода на 1 т изделия		Стоимость 1т изделия	
Вид изделий			А	В	А	В
1	алюминий	570	10	70	3	8

В-4

Завод производит продукцию двух видов А и В, используя сырье, запас которого составляет 570 т. Согласно плану, выпуск продукции А должен составлять не менее 60% от общего объема выпуска. Расход сырья на изготовление 1 т продукции А и В составляет соответственно 10 и 70 т. стоимость 1 т продукции А и В соответственно 3 и 8 тыс. руб.

Определить план выпуска продукции А и В, при котором стоимость выпуска продукции будет максимальной.

вариант	Вид ресурса	Объем ресурса	Норма расхода на 1 т изделия		Стоимость 1т изделия	
Вид изделий			А	В	А	В
1	медь	390	2	1	2	3

В-5

Хозяйству требуется приобрести два вида азотных удобрений: А – аммиачную селитру, В – сульфат аммония . Удобрения вида А необходимо иметь не более 15 т, а удобрения вида В не более 10 т.

Содержание действующего вещества для А и для В соответственно 35% и 25 %.
Отпускная оптовая цена удобрения А –53 руб, В – 35 руб за тонну.

Хозяйство может выделить на приобретение удобрений 600 руб.

Сколько тонн каждого вида удобрений следует приобрести, чтобы общая масса действующего вещества была максимальной?

В-6

В хозяйстве установили, что откорм животных выгоден только тогда, когда животные будут получать в дневном рационе не менее 10 ед. питательного вещества А, не менее 16 ед. вещества В и не менее 5 ед. вещества С. Для откорма животных используют два вида корма. Содержание питательных веществ в 1 кг каждого вида корма, а также цена 1 кг корма (руб.) величины известные и приведены в таблице:

Питательные вещества	Корма		Дневная норма
	I	II	
А	1	2	10
В	3	2	16
С	0	3	5
ЦЕНА кормов	5	4	

Установить, какое количество корма каждого вида необходимо расходовать ежедневно, чтобы затраты на его приобретение были минимальными.

В-7

Для производства столов и шкафов мебельная фабрика использует необходимые ресурсы. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в следующей таблице:

Ресурсы	Нормы затрат ресурсов на одно изделие		Общее количество ресурсов
	стол	шкаф	
Древесина (м ³)			
I вида	0,2	0,1	40
II вида	0,1	0,3	60
трудоемкость (чел-час)	1,2	1,5	371,4
Прибыль от реализации одного изделия (руб.)			

	6	8	
--	---	---	--

Определить, сколько столов и шкафов фабрике следует изготовить, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

В-8

Для производства двух видов изделий А и В используется токарное, фрезерное и шлифовальное оборудование. Нормы затрат времени для каждого из типов оборудования на одно изделие данного вида приведены ниже в таблице. В ней же указан общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия.

Тип оборудования	Затраты времени (станко-часов) на обработку одного изделия		Общий фонд полезного рабочего времени оборудования (ч)
	А	В	
фрезерное	10	8	168
токарное	5	10	180
шлифовальное	6	12	144
Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	14	18	

Найти план выпуска изделий А и В, обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.

В-9

На мебельной фабрике из стандартных листов фанеры необходимо вырезать заготовки трех видов в количествах, соответственно равных 24, 31, 18 шт. Каждый лист фанеры может быть разрезан на заготовки двумя способами. Количество получаемых заготовок при данном способе раскроя приведено в таблице. В ней же указана величина отходов, которые получают при данном способе раскроя одного листа фанеры.

Вид заготовки	Количество заготовок (шт.) при раскрое по способу	
	1	2
I	2	6
II	5	4
III	2	3
Величина отходов(см ³)	12	16

Определить, сколько листов фанеры и по какому способу следует раскроить так, чтобы было получено не меньше нужного количества заготовок при минимальных отходах.

В-10

На звероферме могут выращивать черно-бурых лисиц и песцов. Для обеспечения нормальных условий их выращивания используют три вида кормов. Количество корма каждого вида, которое должны получать лисицы и песцы, приведено в таблице. В ней же указаны общее количество корма каждого вида, которое может быть использовано зверофермой, и прибыль от реализации одной шкурки лисицы и песца.

Вид корма	Количество единиц корма, которое ежедневно должны получать		Общее количество корма
	лисица	песец	
I	2	3	180
II	4	1	240
III	6	7	426
Прибыль от реализации одной шкурки (руб.)	16	12	

Определить, сколько лисиц и песцов следует выращивать на звероферме, чтобы прибыль от реализации их шкурок была максимальной.

Задание №2

Тема: Решение задачи линейного программирования графическим методом

1 $f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \text{extr}$ $-x_1 + x_2 \leq 3,$ $5x_1 + 3x_2 \leq 97,$ $x_1 + 7x_2 \geq 77,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	2 $f = x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr}$ $3x_1 - x_2 \geq 9,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 50,$ $-x_1 + 4x_2 \geq 19,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
3. $f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$ $x_1 + 4x_2 \leq 53,$ $x_1 - x_2 \leq 3,$ $7x_1 + 3x_2 \geq 71,$	4. $f = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}$ $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$ $x_1 + 2x_2 \leq 34,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
5. $f = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr}$ $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$ $5x_1 - 6x_2 \leq 26,$ $x_1 + 4x_2 \geq 26,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	6. $f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$ $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$ $9x_1 + 4x_2 \leq 110,$ $-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
7. $f = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$ $-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$ $3x_1 - x_2 \leq 14,$ $5x_1 + 2x_2 \geq 38,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	8. $f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}$ $2x_1 - x_2 \geq 4,$ $x_1 + 3x_2 \leq 37,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
9. $f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$ $10x_1 - x_2 \geq 57,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 53,$ $6x_1 - 7x_2 \leq 15,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	10. $f = x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$ $4x_1 - x_2 \geq 6,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
11. $f = 7x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$ $-x_1 + x_2 \leq 3,$ $5x_1 + 3x_2 \leq 97,$ $x_1 + 7x_2 \geq 77,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	12. $f = 6x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$ $3x_1 - x_2 \geq 9,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 50,$ $-x_1 + 4x_2 \geq 19,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
13. $f = x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr}$ $x_1 + 4x_2 \leq 53,$ $x_1 - x_2 \leq 3,$ $7x_1 + 3x_2 \geq 71,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	14. $f = x_1 + 9x_2 \rightarrow \text{extr}$ $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$ $x_1 + 2x_2 \leq 34,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
15. $f = x_1 + 8x_2 \rightarrow \text{extr}$ $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$ $5x_1 - 6x_2 \leq 26,$ $x_1 + 4x_2 \geq 26,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	16. $f = 7x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$ $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$ $9x_1 + 4x_2 \leq 110,$ $-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

17. $f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$ $-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$ $3x_1 - x_2 \leq 14,$ $5x_1 + 2x_2 \geq 38,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	18. $f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}$ $2x_1 - x_2 \geq 4,$ $x_1 + 3x_2 \leq 37,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
19. $f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}$ $10x_1 - x_2 \geq 57,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 53,$ $6x_1 - 7x_2 \leq 15,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	20. $f = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr}$ $4x_1 - x_2 \geq 6,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

Задание №3

Тема: Решение задачи линейного программирования симплекс – методом Данцига

Варианты	
1. $-x_1 + x_2 \leq 3,$ $5x_1 + 3x_2 \leq 97,$ $x_1 + 7x_2 \geq 77,$ $f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \text{extr.}$	2. $3x_1 - x_2 \geq 9,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 50,$ $-x_1 + 4x_2 \geq 19,$ $f = x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr.}$
3. $x_1 + 4x_2 \leq 53,$ $x_1 - x_2 \leq 3,$ $7x_1 + 3x_2 \geq 71,$ $f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr.}$	4. $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$ $x_1 + 2x_2 \leq 34,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$ $f = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr.}$
5. $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$ $5x_1 - 6x_2 \leq 26,$ $x_1 + 4x_2 \geq 26,$ $f = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr.}$	6. $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$ $9x_1 + 4x_2 \leq 110,$ $-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$ $f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr.}$
7. $-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$ $3x_1 - x_2 \leq 14,$ $5x_1 + 2x_2 \geq 38,$ $f = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr.}$ 9. $10x_1 - x_2 \geq 57,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 53,$ $6x_1 - 7x_2 \leq 15,$ $f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr.}$	8. $2x_1 - x_2 \geq 4,$ $x_1 + 3x_2 \leq 37,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$ $f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr.}$ 10. $4x_1 - x_2 \geq 6,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$ $f = x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr.}$
11. $-x_1 + x_2 \leq 3,$ $5x_1 + 3x_2 \leq 97,$	12. $3x_1 - x_2 \geq 9,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 50,$

$x_1 + 7x_2 \geq 77,$ $f = 7x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr.}$	$-x_1 + 4x_2 \geq 19,$ $f = 6x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr.}$
13. $x_1 + 4x_2 \leq 53,$ $x_1 - x_2 \leq 3,$ $7x_1 + 3x_2 \geq 71,$ $f = x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr.}$	14. $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$ $x_1 + 2x_2 \leq 34,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$ $f = x_1 + 9x_2 \rightarrow \text{extr.}$
15. $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$ $5x_1 - 6x_2 \leq 26,$ $x_1 + 4x_2 \geq 26,$ $f = x_1 + 8x_2 \rightarrow \text{extr.}$	16. $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$ $9x_1 + 4x_2 \leq 110,$ $-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$ $f = 7x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr.}$
17. $-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$ $3x_1 - x_2 \leq 14,$ $5x_1 + 2x_2 \geq 38,$ $f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr.}$	18. $2x_1 - x_2 \geq 4,$ $x_1 + 3x_2 \leq 37,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$ $f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr.}$
19. $10x_1 - x_2 \geq 57,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 53,$ $6x_1 - 7x_2 \leq 15,$ $f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr.}$	20. $4x_1 - x_2 \geq 6,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$ $f = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr.}$

Задание №4

Тема: Решение транспортных задач

Задача.

На базы A_1, A_2, A_3 поступил товар в количестве a_1, a_2 и a_3 единиц (в единицах измерения товара). Этот товар необходимо доставить на пункты потребления B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 в количестве b_1, b_2, b_3, b_4 , и b_5 единиц, причем товар может быть доставлен с любой базы на любой пункт потребления.

Построить план оптимальных перевозок с любыми двумя методами.

Варианты выбирать по списку в журнале

В.1

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		90	100	70	130	110
1	200	1	7	9	5	3
2	150	4	2	6	8	2
3	150	3	7	1	2	4

В.2

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		180	140	190	120	170
1	300	1	7	9	5	3
2	280	4	2	6	8	2
3	220	3	7	1	2	4

В.3

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		180	120	90	105	105
1	250	1	7	9	5	3
2	200	4	2	6	8	2
3	150	3	7	1	2	4

В.4

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		200	170	230	225	175
1	400	1	7	9	5	3
2	250	4	2	6	8	2
3	350	3	7	1	2	4

В.5

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		160	70	90	80	100
1	150	1	7	9	5	3
2	200	4	2	6	8	2
3	150	3	7	1	2	4

В.6

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		170	120	190	140	180
1	280	1	7	9	5	3
2	300	4	2	6	8	2
3	220	3	7	1	2	4

В.7

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		180	120	90	105	105
1	150	1	7	9	5	3
2	250	4	2	6	8	2
3	200	3	7	1	2	4

В.8

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		300	160	220	180	140
1	250	1	7	9	5	3
2	400	4	2	6	8	2
3	350	3	7	1	2	4

В.9

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		100	70	130	110	90
1	150	1	7	9	5	3
2	150	4	2	6	8	2
3	200	3	7	1	2	4

В.10

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		190	140	180	120	170
1	280	1	7	9	5	3
2	220	4	2	6	8	2
3	300	3	7	1	2	4

В.11

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		120	180	105	90	105
1	200	1	7	9	5	3
2	250	4	2	6	8	2
3	150	3	7	1	2	4

В.12

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		220	110	300	170	200
1	350	1	7	9	5	3
2	400	4	2	6	8	2
3	250	3	7	1	2	4

В.13

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		120	110	85	195	190
1	250	1	7	9	5	3
2	250	4	2	6	8	2
3	200	3	7	1	2	4

--	--	--	--	--	--	--

В.14

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		160	120	100	150	170
1	250	1	7	9	5	3
2	180	4	2	6	8	2
3	270	3	7	1	2	4

В.15

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		160	160	180	220	280
1	350	1	7	9	5	3
2	300	4	2	6	8	2
3	350	3	7	1	2	4

В.16

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		150	170	190	210	180
1	250	1	7	9	5	3
2	350	4	2	6	8	2
3	300	3	7	1	2	4

В.17

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		160	180	170	200	190
1	220	1	7	9	5	3
2	400	4	2	6	8	2
3	280	3	7	1	2	4

В.18

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		170	190	140	180	120
1	160	1	7	9	5	3
2	400	4	2	6	8	2
3	240	3	7	1	2	4

В.19

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		190	150	240	200	220
1	300	1	7	9	5	3
2	330	4	2	6	8	2
3	370	3	7	1	2	4

В.20

Номер базы	Мощность поставщика, a_i	Потребители и их спрос, b_j				
		1	2	3	4	5
		170	160	190	200	180
1	280	1	7	9	5	3
2	340	4	2	6	8	2
3	280	3	7	1	2	4

Задание №5

Тема: Двойственные задачи

Составить двойственную задачу к данной:

1 $f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$ $-x_1 + x_2 \leq 3,$ $5x_1 + 3x_2 \leq 97,$ $x_1 + 7x_2 \geq 77,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	2 $f = x_1 + 5x_2 \rightarrow \min$ $3x_1 - x_2 \geq 9,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 50,$ $-x_1 + 4x_2 \geq 19,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
3. $f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$ $x_1 + 4x_2 \leq 53,$ $x_1 - x_2 \leq 3,$ $7x_1 + 3x_2 \geq 71,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	4. $f = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$ $x_1 + 2x_2 \leq 34,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
5. $f = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$ $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$ $5x_1 - 6x_2 \leq 26,$ $x_1 + 4x_2 \geq 26,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	6. $f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$ $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$ $9x_1 + 4x_2 \leq 110,$ $-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
7. $f = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$ $-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$ $3x_1 - x_2 \leq 14,$ $5x_1 + 2x_2 \geq 38,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	8. $f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $2x_1 - x_2 \geq 4,$ $x_1 + 3x_2 \leq 37,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
9. $f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $10x_1 - x_2 \geq 57,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 53,$ $6x_1 - 7x_2 \leq 15,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	10. $f = x_1 + x_2 \rightarrow \min$ $4x_1 - x_2 \geq 6,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
11. $f = 7x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$ $-x_1 + x_2 \leq 3,$ $5x_1 + 3x_2 \leq 97,$ $x_1 + 7x_2 \geq 77,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	12. $f = 6x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $3x_1 - x_2 \geq 9,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 50,$ $-x_1 + 4x_2 \geq 19,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
13. $f = x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$ $x_1 + 4x_2 \leq 53,$ $x_1 - x_2 \leq 3,$ $7x_1 + 3x_2 \geq 71,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	14. $f = x_1 + 9x_2 \rightarrow \min$ $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$ $x_1 + 2x_2 \leq 34,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

15. $f = x_1 + 8x_2 \rightarrow \min$ $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$ $5x_1 - 6x_2 \leq 26,$ $x_1 + 4x_2 \geq 26,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	16. $f = 7x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$ $9x_1 + 4x_2 \leq 110,$ $-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
17. $f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$ $3x_1 - x_2 \leq 14,$ $5x_1 + 2x_2 \geq 38,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	18. $f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$ $2x_1 - x_2 \geq 4,$ $x_1 + 3x_2 \leq 37,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
19. $f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$ $10x_1 - x_2 \geq 57,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 53,$ $6x_1 - 7x_2 \leq 15,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	20. $f = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$ $4x_1 - x_2 \geq 6,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций:

7.3.3. Контрольные работы по основным темам для проверки знаний студентов

Тема 1: Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума

Дано:

$$f(X) = Nx^2 + My^2 + 2x \cdot y + 20x + 10y + 2 \rightarrow \text{extr}$$

Задание:

Аналитически отыскать экстремум функции двух переменных

(с использованием аппарата необходимых и достаточных условий экстремума). (N – предпоследняя цифра зачётки, M – последняя цифра зачётки)

Тема 2: Необходимые и достаточные условия условного экстремума

Дано:

$$f(X) = Nx^2 + My^2 + 2x \cdot y + 20x + 10y + 2 \rightarrow \text{extr}$$

$$2x + y = -1$$

Задание.

а) Решить задачу графически

(с использованием аппарата необходимых и достаточных условий экстремума). (N – предпоследняя цифра зачётки, M – последняя цифра зачётки)

Тема 3: Численные методы поиска безусловного экстремума

Дано:

$$f(x) = x^4 + x^2 + x + 1$$

Задание.

Найти точку минимума x^* функции $f(x)$ на отрезке $[a, b] = [-1, 0]$ с точностью $\epsilon = 0,003$ и минимальное значение $f_{\min}$

1. Методом половинного деления;
2. Методом золотого сечения;
3. Методом Фибоначчи.

Тема 4: Методы безусловной минимизации функции многих переменных 1-го порядка

Дано:

$$f(X) = Nx^2 + My^2 + 2x \cdot y + 20x + 10y + 2 \rightarrow \text{extr}$$

Задание:

Сделать три итерации **методом градиентного спуска** из начальной точки $X^0 = (-1, -2)$ в направлении экстремума

Сделать одну итерацию **методом наискорейшего спуска** из начальной точки $X^0 = (-1, -2)$ в направлении экстремума

Сделать две итерации **методом сопряженных градиентов** из начальной точки $X^0 = (-1, -2)$ в направлении экстремума

(с использованием аппарата необходимых и достаточных условий экстремума). (N – предпоследняя цифра зачётки, M – последняя цифра зачётки)

Тема 5: Методы безусловной минимизации функции многих переменных 2-го порядка

Дано:

$$f(X) = Nx^2 + My^2 + 2x \cdot y + 20x + 10y + 2 \rightarrow \text{extr}$$

Задание.

Аналитически отыскать экстремум функции двух переменных

Сделать три итерации **методом градиентного спуска** из начальной точки $X^0 = (-1, -2)$ в направлении экстремума

Сделать одну итерацию **методом наискорейшего спуска** из начальной точки $X^0 = (-1, -2)$ в направлении экстремума

Сделать две итерации **методом сопряженных градиентов** из начальной точки $X^0 = (-1, -2)$ в направлении экстремума

Сделать одну итерацию **методом Ньютона** из начальной точки

$X^0 = (0, 0)$ в направлении экстремума

(с использованием аппарата необходимых и достаточных условий экстремума). (N – предпоследняя цифра зачётки, M – последняя цифра зачётки)

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная литература:

1. Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: учебное пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. - 3-е изд., испр. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 256 с. - ISBN 978-5-9221-0992-5. - URL: <https://znanium.ru/read?id=168096>
– Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.
2. Сдвижков, О. А. Практикум по методам оптимизации: учебное пособие / О. А. Сдвижков. - Москва: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2020. - 231 с. - ISBN 978-5-9558-0372-2. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1036460> – Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.
3. Бабенышев, С. В. Методы оптимизации : учебное пособие / С. В. Бабенышев, Е. Н. Матеров. - Железногорск : Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2019. - 134 с. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1082159> – Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.
4. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации. Практический курс: учебное пособие с мультимедиа сопровождением / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - Москва : Логос, 2020. - 424 с: ил. - ISBN 978-5-98704-540-4. - URL: <https://znanium.ru/read?id=367449> – Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.

8.2. Дополнительная литература:

1. Крутиков, В. Н. Задачи по оптимизации: теория, примеры и задачи: учебное пособие / В. Н. Крутиков, Е. С. Чернова; Кемеровский государственный университет. - Кемерово: КемГУ, 2018. - 112 с. - ISBN 978-5-8353-2397-5. - URL: <https://e.lanbook.com/book/134330>
- Режим доступа: для авториз. пользователей.- Текст: электронный.
2. В.А. Горелик Исследование операций и методы оптимизации: учебник для студ. учреждений высш. пед. проф. Образования,- М.: Издательский центр «Академия», 2013.- 272 с.

9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

9.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 332 эбс с 02.06.2026г. Электронный адрес: https://znanium.com	С 02.06.2026г. до 01.06.2027г.
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 12 от 26.02.26г. Электронный адрес: https://e.lanbook.com	от 26.02.2026г. до 31.01.2027г.
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: http://lib.kchgu.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22. 02. 2023 г. Электронный адрес: http://rusneb.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: http://elibrary.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: http://polpred.com	Бессрочный

9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной

программе. С описанием оснащённости аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащённости образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>

9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная;
- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная;
- ABBY FineReader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная;
- CalculateLinux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная;
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная;
- Kaspersky Endpoint Security (Лицензия № 280E-210210-093403-420-2061), с 25.01.2023 г. по 03.03.2025 г.;
- Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025 г. Срок действия лицензии с 27.02.2025 г. по 07.03.2027 г.

9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование» - <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevier <http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window.edu.ru>.

10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «[Положением об обучении лиц с ОВЗ в КЧГУ](#)», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

11. Лист регистрации изменений

В рабочей программе внесены следующие изменения:

Изменение	Дата и номер ученого совета факультета/института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения